

ANALISIS SENSITIVITAS DAN PENAFSIRAN HASILNYA DI DALAM PEMROGRAMAN LINIER DENGAN PERANGKAT LUNAK MANAGEMENT SCIENTIST VERSI 6.0

Djoni Dwijono

Abstrak

Analisis Sensitivitas di dalam Pemrograman Linier memegang peran penting bagi para pengambil keputusan di dalam menghadapi kasus-kasus di dunia nyata yang selalu berubah-ubah. Sebagai contoh adalah perubahan harga beli bahan baku, perubahan permintaan produk, pembelian mesin-mesin terbaru yang mengubah jumlah produksi, berubahnya harga jual produk, pergantian karyawan yang mempengaruhi produksi dan sebagainya.

Analisis Sensitivitas memiliki perhitungan-perhitungan tertentu berupa rumus-rumus yang digunakan untuk memprediksi perubahan-perubahan tersebut dengan berubahnya koefisien dari fungsi objektif atau sisi kanan dari batasan di pemrograman liniernya. Rumus-rumus tersebut tentunya memerlukan ketelitian dalam menghitungnya sehingga hasilnya dapat diandalkan untuk pengambilan keputusan.

Tetapi pada saat ini rumus-rumus yang digunakan di dalam Analisis Sensitivitas sudah diimplementasikan di dalam perangkat lunak Management Scientist Versi 6.0, sehingga hasil prosesnya dapat langsung diketahui dan jika ada perubahan-perubahan koefisien-koefisien dalam pemrograman linier yang digunakan di dalam rumus tersebut dapat dengan cepat diketahui sehingga pengambilan keputusan dapat dengan lebih cepat diambil.

Kata Kunci : *Analisis Sensitivitas; Pemrograman Linier.*

1. Pendahuluan

Analisis Sensitivitas adalah suatu studi yang memperlihatkan perubahan-perubahan di dalam koefisien-koefisien suatu pemrograman linier yang mampu menghasilkan solusi yang optimal. Dengan menggunakan Analisis Sensitivitas maka dapat menjawab beberapa pertanyaan, misalnya seberapa besar perubahan-perubahan pada koefisien dari fungsi objektif untuk tetap dapat menghasilkan solusi yang optimal, seberapa besar perubahan-perubahan pada sisi kanan batasan-batasan yang ada di dalam pemrograman linier yang mengakibatkan perubahan di dalam solusi yang optimal.

Seperti diketahui, di dalam pemrograman linier adalah usaha mencari solusi yang optimal bagai persoalan usaha yang dijalankan. Ada 2 masalah besar di dalam pemrograman linier yakni masalah maksimum yang berusaha mencari laba maksimum dan masalah minimum yakni usaha mencari biaya produksi yang paling minimal. Jadi sebelum hasil pemrograman linier berupa solusi yang paling optimal di peroleh, maka pemrograman linier belum dinyatakan selesai. Sedangkan Analisis Sensitivitas dilakukan sesudah perhitungan pertama pemrograman linier diselesaikan sehingga Analisis Sensitivitas disebut *postoptimality analysis*.

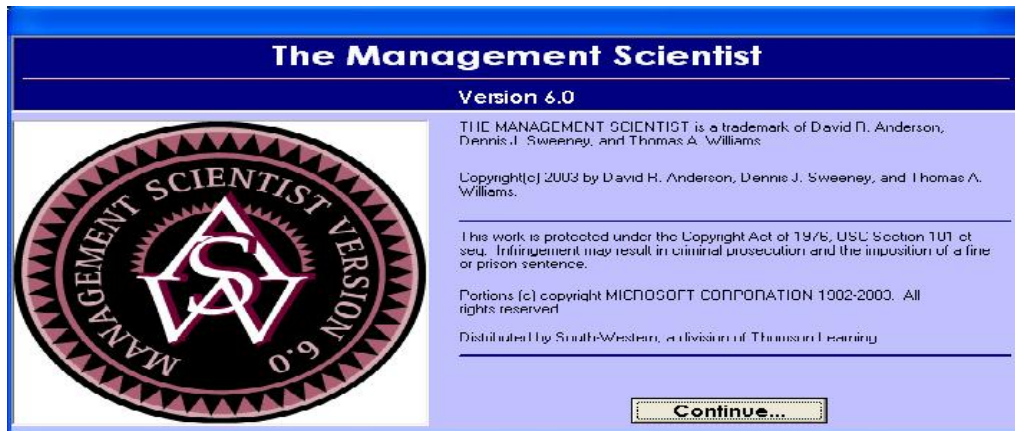
Di sini yang menjadi fokus utama atau yang penting adalah hasil berupa solusi optimal dari pemrograman linier yang ada dan informasi-informasi dari analisis sensitivitas yang diperoleh dan menafsirkan hasil-hasil tersebut untuk dipergunakan sebagai pedoman untuk membuat keputusan. Dengan membuat keputusan yang benar dan cepat, maka diharapkan para pelaku usaha sebagai pihak yang membuat keputusan, dapat dengan cepat mengantisipasi perubahan-perubahan yang memerlukan pengambilan keputusan yang cepat.

2. Menjalankan Perangkat Lunak Manajemen Scientist Versi 6.0

Perangkat lunak Management Scientist merupakan perangkat lunak yang disertakan sebagai lampiran berupa CD dari buku teks tentang Management Science karangan David Ray Anderson¹ dan kawan-kawan. Perangkat lunak ini digunakan untuk mengimplementasikan materi-materi di dalam buku yang menggunakan rumus-rumus untuk menghitungnya. Buku tersebut pada intinya menjelaskan masalah pemrograman linier yang dapat diaplikasikan pada berbagai persoalan khususnya persoalan-persoalan di dunia bisnis.

Di dalam CD sebenarnya masih ada 2 perangkat lunak yang disertakan yakni Lingo Versi 10.0 dan Premium Solver Versi 7. Pemrograman Linier dapat dijalankan dengan Lingo dan Premium Solver menjadi perangkat lunak Add-in untuk perangkat lunak Ms-Excel. Tetapi di dalam makalah ini khusus untuk menjelaskan penggunaan perangkat lunak Management Scientist Versi 6.0.

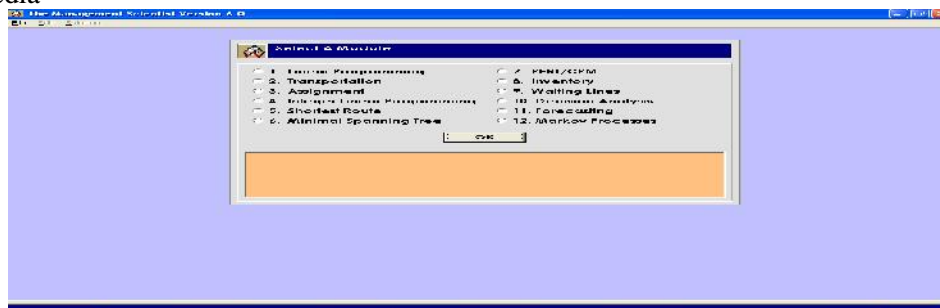
Untuk menjalankan perangkat lunak Management Scientist Versi 6.0, masuklah ke folder Management Scientist dan klik dua kali pada berkas MS60.EXE. Maka Management Scientist siap untuk digunakan dengan tampilan seperti pada gambar 1 berikut ini:



Gambar 1. Tampilan perangkat lunak Management Scientist Versi 6.0

Jika ingin diinstall ke komputer, maka pilihlah berkas SETUP.EXE:

Untuk memasuki menu Management Scientist, klik sekali pada Continue, maka akan tampil menunya seperti pada gambar 2 berikut ini yang menampilkan pilihan-pilihan modul yang tersedia



Gambar 2. Tampilan menu pilihan modul

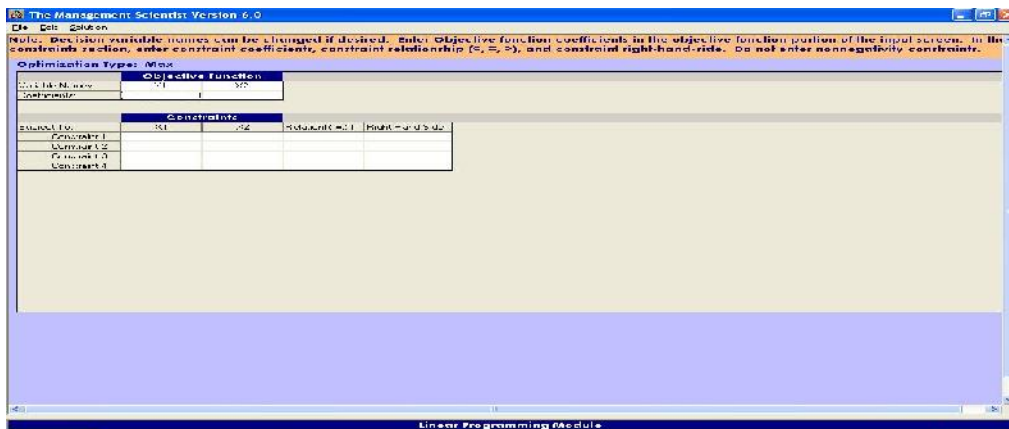
¹ David R. Anderson, Dennis J. Sweeney, Thomas A. Williams, Kipp Martin, (2008), An Introduction to Management Science, Quantitative Approaches to Decision Making, 12th Edition, Thomson South-Western

Untuk menggunakan menu tersebut, maka perlu memakai contoh dalam pemrograman linier. Sebagai contoh semisalnya ada sebuah bisnis yang memproduksi 2 jenis produk X dan Y dan proses produksi kedua jenis produk tersebut melewati 4 bagian. Pemrograman Linier yang diperoleh dari kegiatan bisnis tersebut adalah:

$$\begin{array}{rcl} \text{Mak} & 2X + 5Y & \\ \text{Batasan} & X + Y & 4 \\ & -X + Y & 6 \\ & X + 3Y & 30 \\ & X & 12 \\ & X, Y & 0 \end{array}$$

Pemrograman Linier di atas adalah mencari maksimum dari fungsi objektif (*objective function*) yang ada di belakang kata Mak yakni $2X+5Y$, dan angka 2 di depan X dan 5 di depan Y adalah koefisien yang berupa laba masing-masing produk. Pada batasan (*constraints*) adalah fungsi-fungsi yang menunjukkan kapasitas masing-masing bagian produksi, yang di tunjukkan di belakang simbol dan . Kapasitas tersebut di namakan sisi kanan (*right hand side*). Jadi di pemrograman linier tersebut diperoleh informasi hanya ada 2 variabel dari fungsi objektif dan 4 batasan, karena batasan terakhir yakni $X, Y \geq 0$ tidak digunakan karena hanya sebagai keterangan saja bahwa produksi paling kecil adalah 0.

Untuk menjalankan menu yang ada, dan mengisi informasinya, lakukan langkah-langkah berikut: (1) Pilih Linear Programming dengan mengklik button sekali; (2) Pilih OK; (3) Pilih File. Pada pilihan File ini, ada keterangan bahwa kemampuan perangkat lunak ini mampu menangani 100 variabel dan 50 batasan. Pada contoh hanya ada 2 variabel dan 4 batasan. (4) Pilih New; (5) Isi Decision Variables dengan 2; (6) Isi Number of Constraint dengan 4. (7) Pilih Maximize. (8) Pilih OK. Maka akan tampak menu yang harus diisi sebagai Gambar 3 berikut ini:



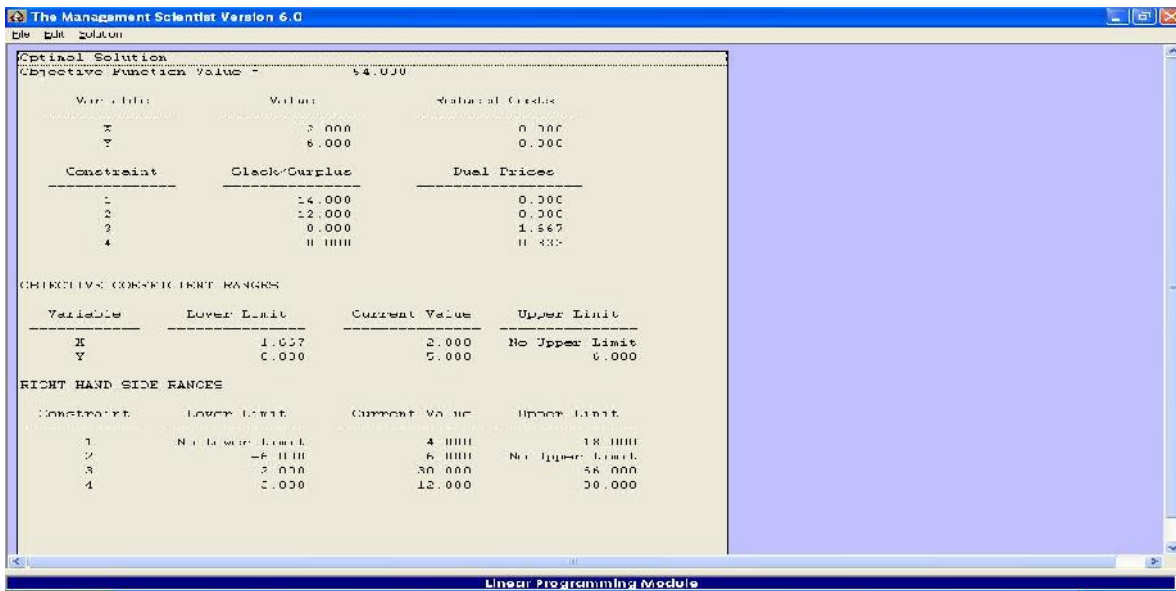
Gambar 3. Menu untuk mengisi data dari pilihan Linear Programming

Untuk mengisi informasi pemrograman linier, maka lakukan langkah-langkah berikut:

1. Ganti X1 dengan X dan X2 dengan Y. Proses mengganti ini cukup dengan mengklik X1 lalu mengetik X, demikian juga dengan X2 .
2. Isi Coeffisients di bawah X dengan 2 dan di bawah Y dengan 5
3. Isi Constraint 1 s/d 4 dengan fungsi-fungsi yang ada pada batasan

Harap diperhatikan, untuk mengisi Relations, simbol dan cukup diketik dengan $>$ atau $<$ saja tidak perlu dengan simbol $=$ karena Relations tidak bisa menerima simbol dan ataupun

2 simbol. Jika tidak ada koefisien pada X dan Y, maka masukkan angka 1, sedangkan jika $-X$ masukkan ke dalamnya -1 . Kalau menjumpai angka desimal, misalnya $0,8333X$ maka masukkan ke dalamnya $.8333$ atau 0.8333 . Mohon diperhatikan perangkat lunak ini memakai Bahasa Inggris dan default angkanya. Hanya di contoh ini tidak ada decimal. Jika semua sudah terisi, periksa sekali lagi, jika ada kesalahan, lakukan perbaikan. Dan jika sudah benar semua maka lakukan perintah berikut: (1) Pilih Solution; (2) Pilih Solve. Maka akan tampak keluaran (output) seperti Gambar 4 berikut ini:



Gambar 4. Tampilan Hasil Proses Pemrograman Linier yang Dimasukan

Sekarang, sebelum melanjutkan penggunaan tampilan ini, lakukan proses penyimpanan terlebih dahulu dengan langkah-langkah berikut:

1. Pilih File kemudian Save Problem. Maka akan muncul menu penyimpanan. Lalu lakukan langkah berikut:
2. Pilih drive dan folder yang akan menjadi tempat penyimpanan
3. Ketik Contoh1 dan Save

Secara otomatis nama berkas tersebut akan diberi nama tambahan .LPM jadi lengkapnya adalah CONTOH1.LPM

Kalau pemrograman linier yang dimasukkan tersebut dikerjakan secara manual dengan pendekatan grafis, maka akan diperoleh titik potong maksimum fungsi objektif adalah dengan perpotongan pada batasan ke 3 dan ke 4, dan hasilnya adalah 54 karena ketemu kombinasi yang menghasilkan nilai maksimum adalah $X = 12$ dan $Y = 6$, atau dihitung manual adalah $2X + 5Y = 2(12)+5(6) = 24+30 = 54$. Pada keluaran di atas, yang tampak jelas adalah nilai fungsi objektif (objective function value) sebesar 54, dari kombinasi produk $X = 12,000$ dan produk $Y = 6,000$, sedangkan titik potong garis ke 3 dan ke 4 tidak diinformasikan secara tegas, hanya menunjukkan Constraint ke 3 dan ke 4 tidak memiliki No Lower Limit dan ataupun No Upper Limit, maka itulah batasan-batasan yang berpotongan, atau bisa dilihat pada informasi di bawah Slack/Surplus adalah Constraint yang nilainya = 0.000.

3. Analisis Sensitivitas dan Penafsiran Hasilnya

Dengan tampilan keluaran yang ada, maka akan dilakukan analisis sensitivitas dan interpretasi hasilnya dari pemrograman linier yang sudah dimasukkan dan diproses tersebut. Sekarang perhatikan pada informasi di bawah OBJECTIVE COEFFICIENTS RANGE dan RIGHT HAND SIDE RANGES. Di sana terlihat informasi adanya Lower Limit dan Upper Limit Sekarang akan diperlihatkan jika mengubah Current Value pada jarak (range) antara Lower Limit dengan Upper Limit.

3.1. Right Hand Side Ranges

Pada informasi di bawah Right Hand Side, nilai dari pemrograman linier yang dimasukkan awal ada pada kolom Current Value. Sekarang perhatikan pada sisi kiri dari Current Value ada informasi Lower Limit dan sisi kanannya Upper Limit. Pada Constraint ke 3, Lower limit = 12.000 dan Upper Limit 66.000. Angka tersebut menunjukkan batasan bawa dan batasan atas yang diijinkan untuk mengubah Current Value atau sisi kanan dari batasan tanpa mengubah titik potong maksimumnya. Untuk mencobanya sekarang lakukan perintah-perintah berikut: (1) Pilih Edit; (2) Pilih Display / Edit the Problem; (3) Ubah Constraint ke 3 di Right Hand Side dari 30 menjadi 60; (4) Pilih Solution; (5) Pilih Solve. Maka akan tampak hasil perubahan tersebut seperti pada gambar 5:

The screenshot shows the 'Optimal Solution' window in 'The Management Scientist Version 6.0'. The window title is 'The Management Scientist Version 6.0' and the menu bar includes 'File', 'Edit', and 'Solution'. The main content area is divided into several sections:

- Optimal Solution:** Objective Function Value = 104.000
- Variable Values:**

Var. Id:	V. Val:	Status	Costs
X	12.000		3.000
Y	16.000		2.000
- Constraint Slack/Surplus and Dual Prices:**

Constraint	Slack/Surplus	Dual Prices
1	24.000	0.000
2	2.000	0.000
3	0.000	1.667
4	1.000	1.533
- OBJECTIVE COEFFICIENT RANGES:**

Variable	Lower Limit	Current Value	Upper Limit
X	1.000	2.000	No Upper Limit
Y	0.000	5.000	6.000
- RIGHT HAND SIDE RANGES:**

Constraint	Lower Limit	Current Value	Upper Limit
1	No Lower Limit	4.000	28.000
2	4.000	8.000	No Upper Limit
3	2.000	60.000	66.000
4	-0.500	12.000	60.000

The status bar at the bottom of the window reads 'Linear Programming Models'.

Gambar 5. Hasil Perubahan pada Upper Limit dari Constraint ke-3

Perlu diperhatikan pada gambar tersebut, garis perpotongan yang menghasilkan titik maksimum tetap pada Constraint ke 3 dan ke 4, tetapi mengubah nilai X dan Y. Maka nilai fungsi objektif juga berubah menjadi 104 atau kalau dihitung secara manual adalah $2X + 5Y = 2(12) + 5(16) = 24 + 80 = 104$.

Dengan mengganti sisi kanan dari batasan sesuai dengan batasan yang diinformasikan pada maksimum sesuai Upper Limit dan minimum sesuai dengan Lower Limit, maka tidak mengubah titik perpotongan dari batasan yang ada, tetapi jika melebihi Upper Limit dan berkurang dari Lower Limit, maka akan mengubah titik potong maksimum dari batasan yang ada. Perhatikan juga perubahan-perubahan yang lain pada tampilan keluaran di gambar 5.

Seperti misalnya pada Slack/Surplus yang berubah adalah Constraint 1 dan 2 yang tidak menjadi titik potong maksimum. Untuk kasus maksimum masalahnya adalah Surplus, sedangkan pada kasus minimum, masalahnya adalah Slack.

Sekarang untuk mencoba yang berikut yakni Objective Coefficient Range, kembalikan tampilan seperti semula. Sebenar cukup mengubah nilai di sisi kanan dari 66 menjadi 30, tetapi jika banyak yang dirubah dan tidak ingat, maka dapat dilakukan prosedur memanggil berkas yang sudah disimpan yakni CONTOH1.LPM dengan perintah-perintah berikut: (1) Pilih File; (2) Pilih Change Modules; (3) Pilih Select New Modules; (4) Pilih Yes; (5) Pilih Linear Programming; (6) Pilih OK; (7) Pilih File; (8) Pilih Open; (9) Ambil Contoh1.LPM; (10) Pilih Open. Maka akan tampil berkas yang berisi keluaran dari pemrograman linier yang pertama kali dimasukkan, dan akan di perhatikan lagi perubahannya pada Objective Coefficient Ranges

3.2. Objective Coefficient Range

Di bawah Objective Coefficient Ranges juga terdapat informasi Current Value yakni nilai koefisien yang awal, lalu di sisi kirinya terdapat Lower Limit dan di sisi kanannya Upper Limit untuk ke dua jenis barang atau variabel X dan Y. Sekarang perhatikan variabel Y, maka terdapat Lower Limit = 0,000 dan Upper Limit = 6,000. Ke dua limit tersebut merupakan batas bawah dan batas atas koefisien yang bisa dirubah dari variabel X dan Y. Untuk melihat perubahannya, maka Upper Limit akan dirubah dari 5 menjadi 5,9 dengan perintah berikut: (1) Pilih Edit; (2) Pilih Display / Edit the Problems; (3) Ubah Coefficient di bawah Y menjadi 5,9; (4) Pilih Solution; (5) Pilih Solve. Maka akan tampak hasil keluaran seperti gambar 6 di bawah ini:

Variable	Value	Reduced Cost
X	12.000	0.000
Y	6.000	0.000

Constraint	Slack/Surplus	Dual Prices
1	14.000	0.000
2	12.000	0.000
3	0.000	1.967
4	0.000	0.000

Variable	Lower Limit	Current Value	Upper Limit
X	1.967	2.000	No Upper Limit
Y	0.000	5.900	6.000

Constraint	Lower Limit	Current Value	Upper Limit
1	No Lower Limit	4.000	10.000
2	-0.000	0.000	No Upper Limit
3	12.000	20.000	66.000
4	9.000	22.000	20.000

Gambar 6. Hasil keluaran perubahan pada Objective Coefficient Ranges pada Variabel Y

Tidak ada perubahan pada titik potong maksimum dari batasan-batasan yang ada yakni tetap pada batasan ke 3 dan ke 4, dan juga tidak ada perubahan pada Slack/Surplus yakni tetap di Constraint ke 1 dan ke 2. Perubahan hanya terjadi pada nilai fungsi objektif yakni 59,4. Kalau dihitung manual yakni $2X + 5,9Y = 2(12) + 5,9(6) = 24 + 35,4 = 59,4$. Jadi kalau perubahan di bawah nilai Lower Limit dan di atas nilai Upper Limit maka akan terjadi perubahan pada titik potong maksimum dari batasan-batasan yang berpotongan maupun pada Slack/Surplus.

Di dalam tampilan hasil tersebut, masih ada 2 hal yang belum di bahas yakni tentang Dual Prices dan Reduced Cost. Ke dua hal tersebut akan di jelaskan pada berikut ini.

3.3. Dual Prices

Dual Prices adalah jumlah kenaikan atau penurunan yang diakibatkan kenaikan atau penurunan 1 unit pada Right Hand Side. Misalkan saja mengubah Constraint ke 3 di Right Hand Side dari 30 menjadi 31 dengan perintah-perintah seperti berikut dengan terlebih dahulu memanggil berkas CONTOH1.LPM yang dimasukkan dari awal dengan langkah-langkah seperti pada penjelasan di bawah sub 3.1 diatas, lalu lakukan perintah berikut: (1) Pilih Edit; (2) Pilih Display / Edit the Problem; (3) Pilih Right Hand Side dari Constraint 3 dari 30 menjadi 31; (4) Pilih Solution; (5) Pilih Save. Maka akan tampak hasil keluaran seperti Gambar 7 berikut ini:

The screenshot shows the following data in the solution report:

Variable	Value	Reduced Cost
X	12.000	0.000
Y	6.333	0.000

Constraint	Usage	Unit Price
1	14.333	0.000
2	11.667	0.000
3	0.000	1.667
4	0.000	0.000

Variable	Lower Limit	Current Value	Upper Limit
X	1.667	2.000	No Upper Limit
Y	0.000	2.000	8.000

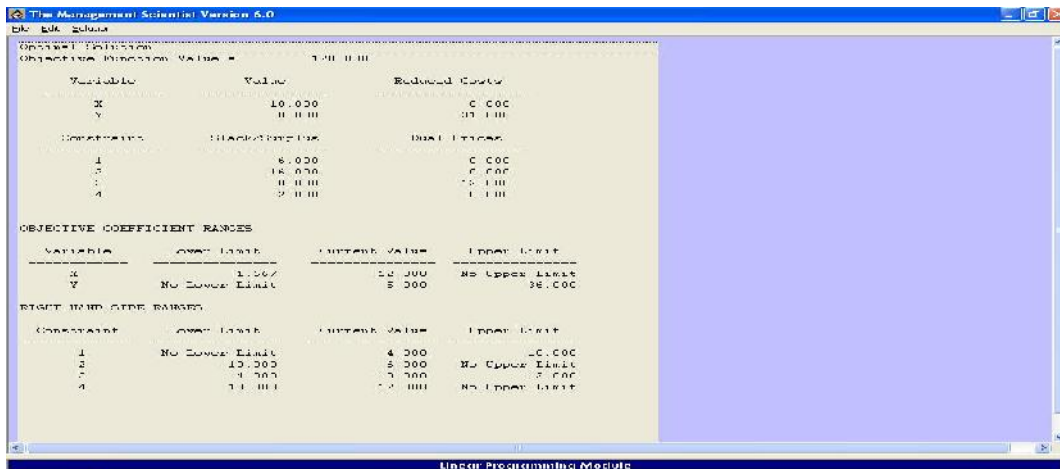
Constraint	Lower Limit	Current Value	Upper Limit
1	No Lower Limit	4.000	18.333
2	-10.000	0.000	No Upper Limit
3	10.000	0.000	10.000
4	0.250	12.000	31.000

Gambar 7 Hasil perubahan pada Constraint 3 di Right Hand Side dari 30 menjadi 31

Lihat pada Objective Function Value, sekarang menjadi 55.667. Jumlah tersebut mengalami kenaikan sebesar 1,667 yakni dari 55,667 – 54 = 1,667. Jadi Dual Prices memang sebenar jumlah kenaikan pada Objective Function Value akibat kenaikan 1 unit pada Right Hand Side, demikian juga sebaliknya kalau Right Hand Side diturunkan. Kalau Right Hand Side dinaikkan 10, maka juga akan ada kenaikan 10(1,667) = 16,67 pada Objective Function Value akibat kenaikan pada Right Hand Side.

3.4. Reduced Cost

Reduced Costs tidak akan tampak jika Value pada Variable yang diperoleh menunjukkan nilai tertentu, tetapi Reduced Costs akan tampak jika Value = 0,000. Value akan bernilai = 0,000 jika ada perubahan pada Coefficient dari fungsi objektif atau perubahan nilai pada Right Hand Side pada Constraint. Untuk contoh berikut ini misalkan ada perubahan nilai di Right Hand Side di Constraint 3 dari 30 menjadi 10, maka jalankan perubahan tersebut dan hasilnya akan tampak seperti pada gambar 8 berikut :



Gambar 8 Reduced Costs tampak pada perubahan Right Hand Side di Constraint 3

Yang perlu diperhatikan pada Reduced Costs ini adalah menunjukkan jumlah yang diijinkan dirubah pada Coefficients dari fungsi objektif. Pada contoh di gambar 8 di atas pada Variable Y diperoleh data Reduced Costs = 31, maka perubahan pada Coefficients dari fungsi objektif untuk variabel Y yang diijinkan pada Upper Limit adalah $5 + 31 = 36$ atau pada keluaran maksimum = 36.000.

Untuk keluar dari perangkat lunak Management Scientist Versi 6.0, maka dapat dilakukan perintah-perintah berikut: (1) Pilih File; (2) Pilih Exit. Jangan lupa jika keluar, ada perubahan isi dan diinginkan tetap pada perubahan tersebut, maka simpanlah dahulu berkas tersebut, sebab perangkat lunak ini kalau keluar, akan langsung keluar tanpa memberi peringatan dahulu bahwa ada perubahan.

4. Kesimpulan

Ada beberapa kesimpulan yang dapat diperoleh dari pembahasan di atas. Kesimpulan-kesimpulan tadi yaitu:

- Pengambil keputusan dapat dengan cepat mengambil keputusan karena informasi perubahan-perubahan di Right Hand Side dari Constraint, Coefficient dari Objective Function, Dual Price maupun Reduced Cost dapat segera diperoleh segera setelah Management Scientist di jalankan. Perubahan-perubahan tersebut harus segera diambil karena faktor-faktor di luar yang dengan cepat berubah.
- Perubahan-perubahan di Right Hand Side dari Constraint maupun Coefficient dari Objective Function tidak mengubah titik potong maksimum yang berasal dari titik potong dua constraint yang memenuhi syarat asalkan perubahan tersebut masih berada di batas Lower Limit dengan Upper Limit.
- Perubahan-perubahan yang dilakukan secara bersamaan pada semua Right Hand Side dari Constraint, semua Coefficient dari Objective Function, semua Dual Price dan semua Reduced Cost tidak bisa untuk melacak hasil dari satu perubahan saja.

Daftar Pustaka

- Anderson, David R., Sweeney, Dennis J., Williams, Thomas A., Martin, Kipp, (2008), *An Introduction to Management Science, Quantitative Approaches to Decision Making*, 12th Edition, Thomson South-Western
- Anderson, David R., Sweeney, Dennis J., Williams, Thomas A., Camm, Jeffrey D., Cochran, James

- J., Fry, Michael J., Chimann, Jeffrey W., (2013), *Quantitative Methods for Business*, 12th Edition, South-Western.
- Hillier, Frederick S., Hillier, Mark S., Schmedders, Karl, Stephens, Molly, (2008), *Introduction to Management Science*, 3rd Edition, McGraw Hill.
- Murthy, P. Rama, (2007), *Operation Research*, 2nd Edition, New Age International
- Taha, Hamdy A., (2007), *Operation Research, An Introduction*, 8th Edition, Prentice Hall
- Tan, Soo.T, (2009), *Finite Mathematics, For the Managerial, Life and Social Science*, 9th Edition, Brook/Cole.