IMPLEMENTASI STRATEGI PERLAWANAN UNTUK PEMBUKTIAN VALIDITAS ARGUMEN DENGAN METODE REDUCTIO AD ABSURDUM

Djoni Dwijono

Abstrak

Pembuktian validitas argumen dengan menggunakan tabel kebenaran memerlukan baris dan kolom yang besarnya sebanding dengan ekspresi logikanya. Untuk menyederhanakan tabel kebenaran, dipergunakan teknik yang disebut Metode Reductio Ad Absurdum (RAA).

Metode RAA menggunakan strategi perlawanan atau pembalikan yang membuktikan secara terbalik prinsip'premis-premis yang benar menghasilkan kesimpulan yang benar' dengan memberi nilai T (true) pada premis-premis dan F (False) pada kesimpulan. Jika ternyata benar terjadi pembalikan dari prinsip tersebut, maka argumen tersebut dinyatakan valid.

Kata kunci: *Validitas argumen, Strategi perlawanan, Tabel kebenaran, Metode RAA*

1. Pendahuluan

Pembuktian validitas argumen merupakan pokok bahasan utama di dalam logika matematika. Para ahli logika matematika selalu berusaha mengembangkan teknik atau metode yang baru dan yang lebih baik dari metode yang sebelumnya yang digunakan untuk pembuktian validitas argumen. Teknik atau metode tersebut umumnya dikembangkan berdasarkan tabel kebenaran dengan aturan-aturannya yang sudah disepakati.

Tabel kebenaran dengan aturan-aturannya tentang proposisi-proposisi dan perangkai-perangkai dapat dipergunakan untuk membuktikan validitas argumen. Tetapi masalah yang timbul adalah pada pembuatan tabel kebenaran itu sendiri. Tabel kebenaran memerlukan jumlah baris dan kolom yang sangat banyak, sebanding dengan jumlah variabel proposisional, perangkai-perangkai dan rumitnya ekspresi logika yang di buat berdasarkan argumen yang hendak dibuktikan validitasnya. Besarnya tabel ini tentu saja mempersulit pembuktiannya. Besarnya tabel diukur dengan 2^N dengan 2 adalah nilai T dan F (konstanta proposisional, yang bisa diganti 1 dan 0), sedangkan N = jumlah variabel proposisional yang ada pada tabel tersebut, misalkan $2^{10} = 1024$.

Para ahli yang mendalami logika matematika berusaha mencari teknik atau metode yang lebih sederhana dari tabel kebenaran sehingga mempermudah pembuktian dan menjadikan masalah pembuktian menjadi cepat dan efisien, tetapi tetap dapat dipercaya sebagai alat pembuktian. Salah satu metode tersebut adalah Metode Reductio Ad Absurdum (RAA) yang dapat disebut model lain dari tabel kebenaran.

Metode RAA ini sebenarnya tabel kebenaran yang diselesaikan dengan cara lain. Tetapi yang harus diketahui dengan baik, metode ini mempergunakan strategi perlawanan yang membalik prinsip '*premis-premis yang bernilai benar, menghasilkan kesimpulan yang bernilai benar*'. Perbedaannya dengan tabel kebenaran hanya metode ini tidak membuat suatu tabel, tetapi dengan membuat tahapan-tahapan pengujian, yang luwes dalam penerapannya. Tetapi sebelum membahas metode RAA dan tabel kebenaran sebaiknya membahas tentang argumen terlebih dulu.

2. Argumen

Argumen disusun dari statemen-statemen yang disebut premis-premis (*premises*) dan hanya satu statemen yang berfungsi sebagai kesimpulan (*conclusion*). Premis-premis diletakkan di depan, sedangkan kesimpulan diletakkan paling akhir dengan diberi ciri di depannya kata "Dengan demikian (*Therefore*)". Statemen-statemen sebenarnya disusun dari proposisi-proposisi yang kemudian dirangkai dengan perangkai (*connective*, *connector*) atau operator tertentu, tetapi juga dapat hanya satu proposisi saja. Bahan dasar logika yang berupa proposisi-proposisi ini kemudian merujuk pada istilah logika proposisional atau kalkulus proposisional.

Suatu argumen yang sangat sederhana dan berbentuk silogisma dapat dilihat dari contoh berikut ini:

Jika Badu rajin belajar, maka ia lulus ujian
Badu rajin belajar
Dengan demikian, *ia lulus ujian.*

Argumen di atas dinamakan Modus Ponendo Ponens atau cukup disingkat Modus Ponens (MP) saja. Argumen berupa MP ini menjadi salah satu argumen yang sangat penting di dalam logika proposisional bahkan di dalam logika matematika secara keseluruhan. Di dalam MP, dua statemen yang pertama adalah premis-premis sedangkan statemen ketiga yang didahului kata 'Dengan demikian' adalah kesimpulan.

Untuk pembuktian atau pengujian validitas argumen, diberi suatu prinsip yang sangat penting yakni "*premis-premis yang bernilai benar, mempunyai kesimpulan yang bernilai benar*". Prinsip tersebut sangat penting peranannya karena dari prinsip ini validitas argumen diuji kebenarannya. Sebenarnya pengujian validitas argumen dengan prinsip di atas seharusnya didahului dengan prinsip yang tidak kalah pentingnya yakni "*kesimpulan harus berasal dari premis-premis*". Prinsip terakhir ini dapat dianggap prinsip pertama, sedangkan prinsip yang terdahulu dianggap prinsip kedua. Prinsip pertama ini penting karena tidak mungkin pengambilan kesimpulan berbeda dengan premis-premis yang sudah tersedia.

Jika argumen sudah lolos pada pengujian dengan prinsip pertama maka baru dilakukan pengujian dengan prinsip kedua. Pengujian ini sangat penting karena ada nilai kebenaran yang dimilikinya, sehingga memerlukan metode atau teknik tertentu untuk membuktikannya.

Metode pengujian yang paling awal dan sebagai dasar pertama kali adalah tabel kebenaran (*truth table*). Tabel kebenaran disusun berdasarkan simbol-simbol yang dibuat berdasarkan proposisi-proposisi yang dirangkai dari statemen-statemen yang membentuk argumen tersebut. Proposisi tersebut diganti dengan simbol berupa abjad A, B, C dan seterusnya atau boleh saja P, Q, R dan seterusnya yang disebut variabel proposisional. Kemudian setiap simbol abjad tersebut diberi nilai kebenaran yakni T (*True*) atau F (*False*) yang disebut konstanta proposisional. Hanya ada 2 kemungkinan nilai kebenaran saja yakni T atau F, sehingga disebut secara umum logika dua nilai (*two-valued logic*)[1].

Simbol proposisi berupa abjad latin dirangkai dengan perangkai-perangkai yang relevan dan setiap rangkaian proposisi diberi nilai tertentu sesuai aturan tabel kebenaran dan juga diberi simbol tertentu. Dari rangkaian dan pasangan variabel-variabel proposisional yang dimungkinkan, dibentuk tabel kebenaran untuk pembuktian validitas argumennya.

Perangkai sebenarnya hanya ada 3 saja yakni perangkai DAN (AND, $\wedge$, Conjunction), perangkai Tidak (NOT, $\neg$, Negation) dan perangkai ATAU (OR, $\vee$, Disjunction). Ketiga perangkai tersebut dinamakan perangkai dasar atau perangkai alamiah. Perangkai-perangkai lainnya dibentuk dari ketiga perangkai tersebut, misalnya perangkai JIKA….MAKA….. (IF…THEN…., $\rightarrow$,

[1] Two Valued Logic berkembang menjadi Many Valued Logic dan terakhir menjadi Fuzzy Logic

Implication, Conditional) dan perangkai …JIKA DAN HANYA JIKA… (….IF AND ONLY IF…., $\leftrightarrow$, Equivalence, Biconditional)[2].

Di sisi lain, satu ekspresi logika dengan ekspresi logika lainnya dapat disamakan secara logis yang dibuktikan dengan nilai-nilai kebenaran yang sama di dalam tabel kebenaran. Kesamaan logis (*logical equivalence*) diberi simbol ($\equiv$). Kesamaan logis ini pada akhirnya membentuk hukum-hukum logika untuk logika proposisional. Sebagai contoh: $A \wedge B \equiv B \wedge A$, disebut hukum komutatif (*commutative laws*) dan juga kesamaan-kesamaan logis lainnya, misalnya $A \rightarrow B \equiv \neg A \vee B$ yang disebut implikasi material (*material implication*).

Untuk membuktikan validitas argumen berupa MP, dapat dilihat pembuktiannya pada tabel kebenaran berikut ini:

Tahap-1: Mengganti simbol dari proposisi-proposisi.
Misalkan: Badu rajin belajar = A, Badu lulus ujian = B
Tahap-2: Merangkai proposisi-proposisi
Pada premis ke-1, 2 proposisi dirangkai dengan perangkai implikasi, maka akan menjadi $A \rightarrow B$. Premis ke-2 hanya A saja sedangkan kesimpulan hanya B saja.
Tahap-3: Menyusun argumen dengan simbol proposisi
$\{A \rightarrow B, A\} \vdash B$
Tahap-4: Menyusun ekspresi logika
$((A \rightarrow B) \wedge A) \rightarrow B$
Tahap-5: Pembuktian dengan Tabel Kebenaran

A	B	A ì B	(A ì B)ėA	((A ì B)ėA) ì B
F	F	T	F	**T**
F	T	T	F	**T**
T	F	F	F	**T**
T	T	T	T	**T**

Dari tabel kebenaran di atas, MP memiliki nilai kebenaran seluruhnya T dan ini berarti argumen tersebut valid karena memenuhi prinsip kedua yakni '*premis-premis yang bernilai benar, menghasilkan kesimpulan yang bernilai benar*'. Dalam logika, hal ini disebut Tautologi (*Tautology*), yakni argumen yang memiliki penalaran yang sangat kuat (*sound argument*). Tetapi jika seluruhnya bernilai F, disebut Kontradiksi (*Contradiction*), sedangkan jika memiliki nilai T dan F, disebut *Contingent.*[3] Jika tidak tautologi, maka argumen dinyatakan tidak valid.

Perhatikan pula penyusunan ekspresi logika yang mempergunakan hanya tanda kurung biasa (*parentheses*) yang diletakkan dengan tepat untuk menunjukkan urutan proses yang akan dilakukan, dan ekspresi logika tersebut secara umum disebut *fully parenthized expression* (fpe) atau *well formed formulae* (wff). Seperti umum diketahui, simbol-simbol yang berada di dalam tanda kurung biasa paling dalam akan diproses terlebih dahulu, tetapi jika tanda kurung tidak ada, maka proses dilakukan berdasarkan hirarki urutan perangkai[4].

---

[2] Di dalam matematika, proses manipulasi sebenarnya juga hanya ada 4 operator saja yakni Tambah (+), Kurang (-), Kali ($\times$) dan Bagi (/). Terkenal dengan sebutan Pipo Londo (Ping Poro Lan Sudo).

[3] Ada yang menyebut contingent dengan mixed formula. Mungkin istilah mixed formula tidak tepat, karena hal ini adalah masalah kondisi, bukan suatu rumus.

[4] Urutan proses manipulasi menurut jenis perangkai adalah pertama adalah negasi, di susul konjungsi, disjungi, implikasi (conditional), dan terakhir ekuivalen (biconditional).

3. Strategi Perlawanan

Pembuktian validitas argumen juga dapat dilakukan melalui strategi perlawanan (*refutation strategy*) yang membalik prinsip pertama '*premis-premis yang bernilai benar, menghasilkan kesimpulan yang bernilai benar*' menjadi '*premis-premis yang bernilai benar, menghasilkan kesimpulan yang bernilai salah*'. Dengan kata lain suatu argumen yang valid dapat dipastikan tidak memenuhi premis yang sudah dibalik tersebut.

Strategi pembalikan dilakukan dengan beberapa cara dan beberapa cara tersebut diimplementasikan dalam beberapa metode yang berbeda-beda. Beberapa cara untuk melakukan strategi pembalikan adalah:

a. Menegasi kesimpulan
b. Memberi nilai F pada kesimpulan

Pembuktian validitas argumen dengan tabel kebenaran dapat mempergunakan strategi pembalikan yang pertama yang dengan menegasi kesimpulan, tetapi menyusun ekspresi logikanya menjadi berubah, yakni: $(A \rightarrow B) \wedge A \wedge \neg B$, baru kemudian dibuat tabel kebenarannya seperti berikut:

A	B	A ì B	(A ì B)ėA	ĖB	(A ì B)ėAėĖB
F	F	T	F	T	**F**
F	T	T	F	F	**F**
T	F	F	F	T	**F**
T	T	T	T	F	**F**

Hasilnya adalah kontradiksi, dan ini berarti MP adalah valid, karena MP tidak memungkinkan '*premis-premis yang bernilai benar, menghasilkan kesimpulan yang bernilai salah*'.

Strategi pembalikan yang kedua yakni dengan memberi nilai F pada kesimpulan, dan tentu saja premis-premis tetap bernilai T dilakukan oleh Metode Reductio Ad Absurdum (RAA) yang akan dibahas pada bagian berikut ini. Dalam buku teks, metode RAA juga dikenal dengan nama Model/Countermodel karena sebenarnya metode ini berusaha mencari suatu pola tertentu yang baku atau mencari pola yang berlawanan. Tetapi metode RAA mengharuskan pengguna memahami dengan baik tentang tabel kebenaran dan aturan-aturan yang berhubungan dengan proposisi majemuk yang dibentuknya.

4. Metode Reductio Ad Absurdum

RAA dapat diartikan mencari kontradiksi atau berlawanan antara nilai yang satu dengan nilai yang lainnya. Nilai tersebut dapat berupa satu proposisi dengan negasi dari proposisi tersebut yang biasanya disebut literal yang berpasangan (*complementary literal*), tetapi pada metode RAA dapat berupa premis-premis yang bernilai benar, dan kesimpulan yang bernilai salah. Hasil ini disebut kontradiksi, dan argumen tersebut justru dinyatakan valid, karena pada argumen yang valid, jelas tidak dimungkinkan premis-premisnya bernilai benar, dapat menghasilkan kesimpulan yang salah.

Seperti yang telah diuraikan pada bagian sebelumnya, metode RAA dilakukan dengan memberi nilai F pada kesimpulan sedangkan premis-premis tetap bernilai T. Pada pembuktian MP maka metode RAA dapat dilakukan dengan cara seperti berikut tetapi dimulai secara langsung dari argumen yang sudah berbentuk simbol proposisi yakni: $\{A \rightarrow B, A\} \vdash B$.

Tahap-1: Pemberian nilai
Premis ke-1: $A \rightarrow B \equiv T$, Premis ke-2: $A \equiv T$, Kesimpulan $B \equiv F$
Penulisan yang sebenarnya $v(A \rightarrow B) \equiv T$, dengan v = value of……
Tahap-2: Nilai-nilai yang diketahui

Diketahui $B \equiv F$, dan $A \equiv T$
Tahap-3: Pengujian
Jika $A \rightarrow B \equiv T$, padahal $A \equiv T$ dan $B \equiv F$, maka tidak mungkin $A \rightarrow B \equiv T$, karena seharusnya $A \rightarrow B \equiv F$ sesuai dengan aturan implikasi pada tabel kebenaran.
Tahap-4: Kesimpulan
Karena $A \rightarrow B \equiv F$ padahal telah diberi nilai T, maka terjadi kontradiksi. Karena kontradiksi, maka argumen yang diuji dinyatakan valid.

MP mungkin terasa sederhana sebagai bahan pengujian untuk metode RAA karena ekspresi logika yang dibentuk masih sederhana. Untuk menguji keandalan metode ini, digunakan satu ekspresi logika lainnya yakni:

$$\{A \vee (B \wedge C),\ D \rightarrow \neg A,\ B \rightarrow E,\ C \rightarrow F,\ (E \wedge F) \rightarrow \neg D\} \vdash \neg D$$

Argumen di atas memiliki 5 premis dan 1 kesimpulan. Variabel proposisional ada 6, yakni A, B, C, D, E dan F. Berarti jika akan membuat tabel kebenaran, akan memiliki $2^6 = 64$ pasangan variabel proposisional yang dimungkinkan, sehingga tabelnya akan sangat besar. Jelas tabel kebenaran tersebut tidak efisien, dan memerlukan banyak waktu untuk menyelesaikannya, apalagi dikerjakan secara manual. Sekarang ekspresi logika tersebut akan diselesaikan dengan metode RAA seperti berikut:

Tahap-1:
Untuk premis-premis: $A \vee (B \wedge C) \equiv T$, $D \rightarrow \neg A \equiv T$, $B \rightarrow E \equiv T$, $C \rightarrow F \equiv T$, $(E \wedge F) \rightarrow \neg D \equiv T$, sedangkan kesimpulan $\neg D \equiv F$.
Tahap-2:
Diketahui $\neg D \equiv F$. maka dipastikan $D \equiv T$.
Tahap-3:
Jika $D \rightarrow \neg A \equiv T$, sedangkan $D \equiv T$, maka dipastikan $\neg A \equiv T$.
Jika $\neg A \equiv T$ maka dipastikan $A \equiv F$.
Tahap-4:
Jika $A \vee (B \wedge C) \equiv T$ sedangkan $A \equiv F$, maka $B \wedge C \equiv T$.
Jika $B \wedge C \equiv T$, dapat dipastikan $B \equiv T$ dan $C \equiv T$
Tahap-5:
Jika $B \rightarrow E \equiv T$, dan $B \equiv T$, dipastikan $E \equiv T$
Tahap-6:
Jika $C \rightarrow F \equiv T$, dan $C \equiv T$, maka pasti $F \equiv T$.
Tahap-7: Pengujian terakhir
Jika $(E \wedge F) \rightarrow \neg D \equiv T$, dan diketahui $\neg D \equiv F$, sedangkan $E \equiv T$ dan $F \equiv T$, dan $E \wedge F \equiv T$, maka nilai $(E \wedge F) \rightarrow \neg D$ seharusnya F, tidak T. Jadi terjadi kontradiksi di sini.
Tahap-8:
Karena terjadi kontradiksi, maka argumen dinyatakan valid.

Dari penyelesaian tersebut di atas, metode RAA jauh lebih cepat menyelesaikan pembuktian argumen yang sudah berbentuk ekspresi logika tersebut dibandingkan dengan tabel kebenaran. Sepintas lalu juga dapat dikatakan kalau metode RAA juga lebih sederhana. Inilah keuntungan penggunaan metode RAA, cepat dan sederhana untuk pembuktian validitas argumen. Dengan kata lain, metode RAA sebenarnya hanya mengambil satu pasang dari variabel proposisional yang membentuk argumen dari tabel kebenaran dan menarik kesimpulan valid atau tidaknya hanya dari satu pasangan tersebut karena harus memastikan satu saja dari dua nilai yang dimungkinkan.

Di sisi lain, metode RAA sebenarnya juga memiliki kekurangan atau kelemahan-kelemahan tertentu. Seperti diketahui, metode RAA menggunakan aturan dari tabel kebenaran dan sebenarnya hanya mengambil satu pasangan dari tabel kebenaran. Di sini ditekankan dengan baik pemahaman pengguna metode RAA dengan tabel kebenaran. Aturan-aturan tabel kebenaran untuk proposisi-proposisi majemuk dengan berbagai perangkai harus dipahami dengan baik.

Masalah lain yang mungkin terjadi jika penyelesaian pada metode RAA menimbulkan 2 nilai yang dimungkinkan yakni T dan F. Dua nilai yang mungkin tersebut harus diuji kedua-duanya, dan satu nilai T atau F dapat saja menimbulkan dua nilai berikutnya lagi, dan mirip dengan perpangkatan yang jumlah hasilnya semakin membesar. Jika hal ini terjadi terus menerus maka menyelesaikan pembuktian dengan metode RAA sebenarnya sama saja dengan membuat tabel kebenaran secara utuh dan lengkap. Sebagai contoh dapat dilihat pada contoh berikut: $\{A \rightarrow B, C \rightarrow D, (\neg B \vee \neg D) \wedge (\neg A \vee \neg B)\} \vdash A \vee C$

Untuk membuktikannya, dari contoh tersebut diperoleh yang berikut: Jika $A \vee C \equiv F$, maka dipastikan $A \equiv F$, dan $C \equiv F$. Jika kemudian diuji dengan $A \rightarrow B \equiv T$, sedangkan nilai A dipastikan F, maka $B \equiv F$ atau $B \equiv T$. Juga $C \rightarrow D \equiv T$, sedangkan C dipastikan F, maka $D \equiv F$ atau $D \equiv T$. Uji berikutnya harus memastikan dengan dua nilai yang dimiliki, dan tentunya pada ekspresi $(\neg B \vee \neg D) \wedge (\neg A \vee \neg B)$ akan memiliki kemungkinan nilai yang banyak karena semua kemungkinan harus dicoba.

Hal tersebut di atas merupakan kekurangan metode RAA yang harus mencoba semua nilai yang diperoleh, dan jika semua kemungkinan dicoba, sebenarnya sama saja dengan membuat tabel kebenaran. Metode RAA tidak akan berkembang menjadi banyak nilai jika setiap variabel proposisional hanya memiliki satu nilai saja.

Perlu juga diketahui strategi perlawanan untuk metode RAA yang memberi nilai F pada kesimpulan, harus selalu diuji dengan premis-premis yang lain, sebab dapat saja uji ekspresi hanya pada premis-premis dan tidak menyertakan kesimpulan, dan hal ini pasti membuat pembuktian validitas argumen salah.

5. Kesimpulan

Beberapa kesimpulan yang diperoleh sebagai berikut:

a. Metode RAA tidak menggantikan tabel kebenaran, tetapi tabel kebenaran yang dikerjakan dengan cara lain
b. Metode RAA sebenarnya cukup hanya mencari satu pasangan variabel proposisional dari satu tabel kebenaran yang lengkap untuk memastikan validitas argumen
c. Metode RAA memiliki kekurangan jika alternatif nilai kebenaran lebih dari satu nilai pada pasangan proposisi, karena semua nilai kebenaran yang mungkin terjadi harus diuji semuanya
d. Pemahaman yang baik tentang tabel kebenaran dan aturan-aturannya harus dimiliki jika ingin melakukan pembuktian dengan metode RAA
e. Uji ekspresi logika dengan metode RAA harus menyertakan kesimpulan dan premis-premis, maka validitas argumen baru dapat dipastikan

6. Daftar Pustaka

Copi, Irving M. (1979). ***Symbolic Logic***. Edisi ke-5. MacMillan Publishing Company

Copi, Irving M. dan Cohen, Carl. (2009). ***Introduction to Logic***. Edisi ke-13. Pearson Prentice Hall, Upper Saddle River, New Jersey

Grassman, Winfried Karl dan Tremblay, Jean Paul. (1996). ***Logic and Discrete Mathematics – A Computer Science Approach.*** Prentice Hall International Editions, Upper Saddle River: New Jersey

Kelly, John J. (1997). **The Essence of Logic**. Publikasi ke-1, Prentice Hall Europe